NOVEMBER/DECEMBER 2017

BMA11 — ALGEBRA

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ be the roots of the equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$, find $\sum \alpha^4$.

   $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^4$ காண்க.

2. Change the sign of the roots of the equation $x^7 + 4x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$.

   $x^7 + 4x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் குறிகளை மாற்றுக.

3. State Descarte's rule of signs.

   டெஸ்கார்டின் குறி விதியை எழுதுக.

4. Write the use of Homer's method.

   ஹார்னர் முறையின் பயனை எழுதுக.

5. Expand $(1-x)^{-3}$.

விவரித்து எழுதுக : $(1-x)^{-3}$

6. Prove $\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$.

நிறுவுக $\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$

7. Define Hermitian matrix and give an example.

ஹெர்மீசியன் அணியை வரையறுத்து ஒரு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

8. What is a unitary matrix and give an example?

அலகமைவு அணி என்றால் என்ன? ஒரு எடுத்துக்காட்டு தருக.

9. Find the remainder when 2^{1000} is divisible by 17.

2^{1000} ஐ 17 ஆல் வகுத்து மீதியை காண்க.

10. State Fermat's theorem.

ஃபெர்மாட்டின் தேற்றத்தை கூறுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) Diminish the roots of $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ by 2.

$x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 2 ஆல் குறைக்க.

Or

(b) If α, β, γ be the roots of the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, form the equation whose roots are $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, and $\gamma\alpha$.

α, β, γ என்பன $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, மற்றும் $\gamma\alpha$ ஐ மூலங்களாக பெற்ற சமன்பாட்டைக் காண்க.

12. (a) Show that $x^6 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ has at least four imaginary roots.

$x^6 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தது நான்கு கற்பனை மூலங்கள் இருக்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) Solve by Newton's method : $x^3 - 2x - 5 = 0$.

நியூட்டனின் முறையில் தீர்க்க. $x^3 - 2x - 5 = 0$

13. (a) Find the coefficient of x^n in the expansion $(1-2x+3x^4-4x^3+\dots)^{-n}$.

$(1-2x+3x^4-4x^3+\dots)^{-n}$ என்பதன் விரிவில் x^n ன் குணகம் காண்க.

Or

(b) Prove that $S = 1 + \frac{1+2}{2!} = \frac{1+2+3}{3!} + \dots = \frac{3e}{2}$.

நிறுவுக. $S = 1 + \frac{1+2}{2!} = \frac{1+2+3}{3!} + \dots = \frac{3e}{2}$

14. (a) Find the symmetric and skew-symmetric parts of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -6 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -6 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சமச்சீர் மற்றும் எதிர் சமச்சீர் பகுதிகளைக் காண்க.

Or

(b) Find the Eigen values and the Eigen vectors of $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$.

$$\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$ என்பதன் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

15. (a) Find the remainder obtained in dividing 2^{46} by 47.

2^{46} ஐ 47 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும்மீதியைக் காண்க.

Or

(b) Prove that the 5th power of any integer N has the same units as N.

N ன் 5 வது அடுக்கின் முதல் தசம இடம் Nஐ போன்றது என நிறுவுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve the equation : $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

சமன்பாட்டைத் தீர்க்க : $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

17. Show that the equation $x^3 - 6x - 13 = 0$ has one real root between 3 and 4 and find it to two places of decimals by Horner's method.

$x^3-6x-13=0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஒரு மெய் மூலம் 3ற்கும் 4ற்கும் இடையில் இருக்கும் என நிறுவுக. மேலும் அதை இரண்டு தசம இடத்திருத்தமாகக் ஹார்னர் முறையில் காண்க.

18. Sum to infinity series

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{9^2}\right)+\ldots.$$

கந்தழிவரை கூடுதல் காண்க.

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{9^2}\right)+\ldots.$$

19. Verity Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$. Also calculate A^{-1}.

$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு கெய்லியின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க மற்றும் A^{-1} காண்க.

20. Show that (18)!+1 is divisible by 437.

(18)!+1 என்பது 437ஆல் வகுபடும் எனக் காட்டு.
